

PrivateTeacher

Maîtriser les Sciences Exactes

STATISTIQUES

Test du Chi²

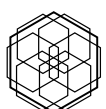
Série d'exercices

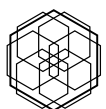
Julien RUPPEN

08 May, 2026

Abstract

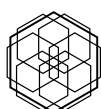
Le test du chi² — indépendance ou adéquation — repose sur une statistique unique : l'écart entre une distribution observée et une distribution de référence. Cette série d'exercices permet de pratiquer les deux formes du test à travers des situations réelles dans le domaine de la psychologie. Pour chaque exercice, une séquence de dix questions guide l'étudiant à travers les étapes de raisonnement qui permettent de répondre à la question de recherche sous forme de phrase complète.





Contents

1	Exercice 1 — Stress perçu et statut occupationnel	4
1.1	Question de recherche	4
1.2	Exercices	5
1.3	Réponse formulée clairement	7
1.4	Vérification	7
2	Exercice 2 — Style d’attachement et genre	8
2.1	Question de recherche	9
2.2	Exercices	9
2.3	Réponse formulée clairement	11
2.4	Vérification	11
3	Exercice 4 — Moment de pratique de la méditation	12
3.1	Question de recherche	13
3.2	Exercices	13
3.3	Réponse formulée clairement	15
3.4	Vérification	15
4	Exercice 5 — Type de soutien social préféré	16
4.1	Question de recherche	17
4.2	Exercices	17
4.3	Réponse formulée clairement	19
4.4	Vérification	19
5	Exercice 6 — Estime de soi chez les étudiants en psychologie	20
5.1	Question de recherche	21
5.2	Exercices	21
5.3	Réponse formulée clairement	23
5.4	Vérification	23



1. Exercice 1 — Stress perçu et statut occupationnel

Une chercheuse en psychologie de la santé s'intéresse au lien entre le statut occupationnel et le niveau de stress perçu. Elle recrute 180 participants répartis en deux groupes : étudiants et actifs. Chaque participant évalue son niveau de stress perçu selon trois niveaux : faible, modéré ou élevé.

Le tableau ci-dessous présente la distribution des réponses observées.

Table 1: Fréquences observées — stress perçu selon le statut occupationnel

	Faible	Modéré	Élevé
Étudiant	15	25	50
Actif	25	45	20

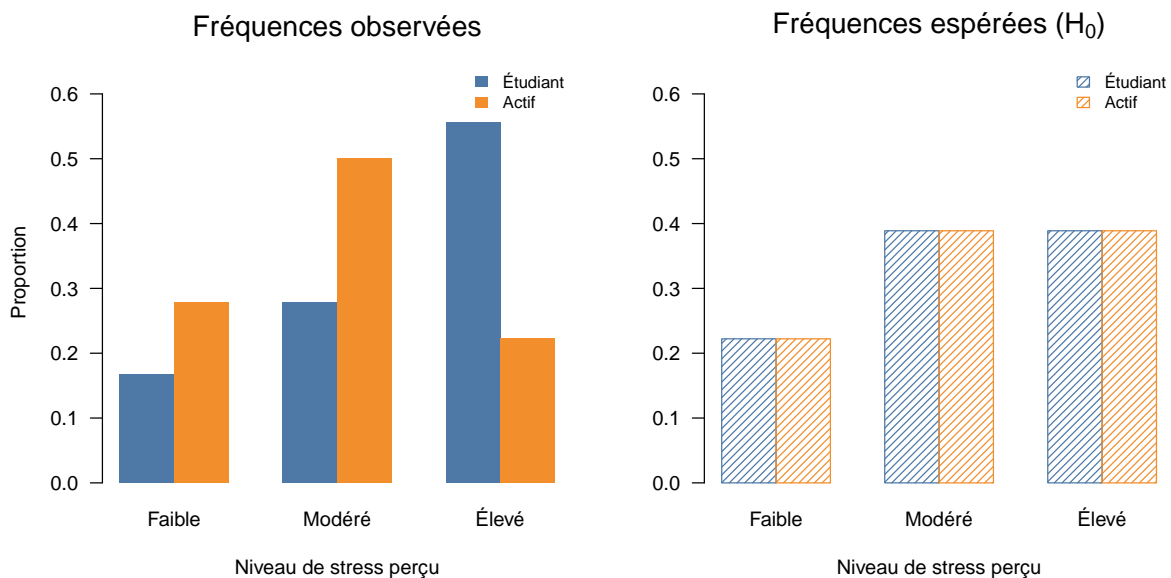
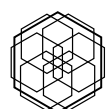


Figure 1: Fréquences observées (gauche) et espérées sous H_0 (droite) — stress perçu selon le statut occupationnel. Barres pleines : étudiants. Barres hachurées : actifs.

Le panneau de gauche présente les proportions observées : les étudiants concentrent plus de la moitié de leurs réponses sur le stress élevé, tandis que les actifs se situent majoritairement sur le stress modéré. Le panneau de droite montre les proportions espérées sous H_0 : si le statut occupationnel n'avait aucun lien avec le stress, les deux groupes présenteraient des profils identiques. L'écart visuel entre les deux panneaux donne une première intuition de la significativité du test.

1.1. Question de recherche

Ces différences de profil sont-elles suffisamment marquées pour révéler un lien entre statut occupationnel et stress perçu, ou relèvent-elles du hasard d'échantillonnage ?



1.2. Exercices

Q1 - Identifier le type de test

De combien de variables catégorielles dispose-t-on ici ? Quel type de test du chi2 faut-il utiliser ?

Q2 - Formuler H1 et H0

Formuler l'hypothèse de recherche H1 et l'hypothèse nulle H0 dans le contexte de cette étude.

Q3 - Vérifier les conditions d'application

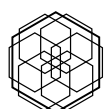
Quelles sont les deux conditions à vérifier avant d'utiliser le test du chi2 ? Sont-elles respectées ici ?

Q4 - Calculer les fréquences attendues

À partir du tableau fourni, calculer d'abord les totaux marginaux (totaux lignes, totaux colonnes, total général), puis calculer les fréquences attendues pour chacune des six cellules.

$$E_{ij} = \frac{L_i \times C_j}{N}$$

Q5 - Calculer χ_{obs}^2



À partir des fréquences observées et attendues, calculer la statistique de test χ_{obs}^2 .

$$\chi^2 = \sum \frac{(O - E)^2}{E}$$

Q6 - Calculer les degrés de liberté

Calculer les degrés de liberté associés à ce test.

$$ddl = (L - 1)(C - 1)$$

Q7 - Lire χ_{crit}^2 dans la table

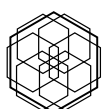
À partir des degrés de liberté calculés et d'un seuil $\alpha = .05$, lire la valeur critique χ_{crit}^2 dans la table du chi2.

Q8 - Première méthode de conclusion

Comparer χ_{obs}^2 à χ_{crit}^2 . Que décide-t-on au sujet de H_0 ?

Q9 - Deuxième méthode de conclusion

La p-valeur associée à ce test est $p = 0.000027$. Comparer cette valeur au seuil $\alpha = .05$. La décision est-elle la même qu'à la question 8 ?



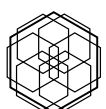
1.3 Réponse formulée clairement – STRESS PERÇU ET STATUT OCCUPATIONNEL

Q10 - Formuler la conclusion

Rédiger une phrase complète qui répond à la question de recherche dans le contexte de cette étude.

1.3. Réponse formulée clairement

1.4. Vérification



2. Exercice 2 — Style d'attachement et genre

En psychologie du développement, le style d'attachement — sécure ou insécure — est l'une des dimensions les plus étudiées pour comprendre la qualité des relations interpersonnelles. Une chercheuse souhaite tester si ce style est distribué différemment selon le genre. Elle recrute 170 jeunes adultes et classe chacun d'eux selon son genre (homme ou femme) et son style d'attachement dominant (sécure ou insécure), évalué à l'aide d'un questionnaire validé.

Le tableau ci-dessous présente la distribution des réponses observées.

Table 2: Fréquences observées — style d'attachement selon le genre

	Sécure	Insécure
Homme	42	38
Femme	55	35

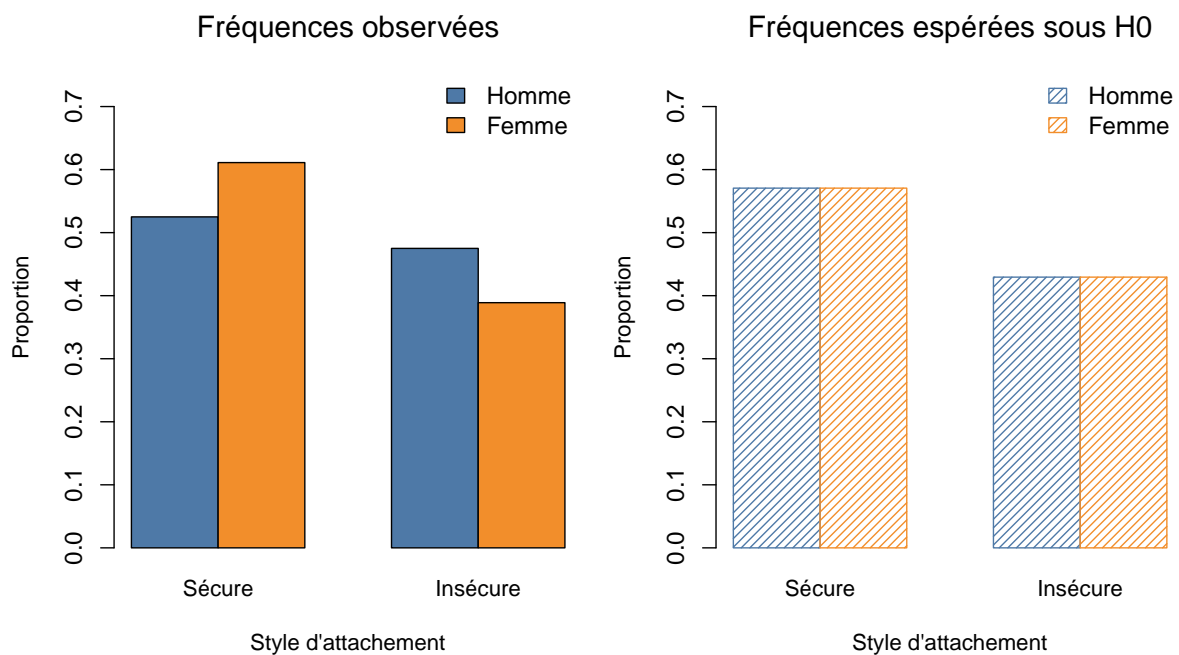
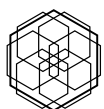


Figure 2: Fréquences observées (gauche) et espérées sous H_0 (droite) — style d'attachement selon le genre. Barres pleines : hommes. Barres hachurées : femmes.

Le panneau de gauche présente les effectifs observés : hommes et femmes présentent des profils d'attachement proches, avec une légère surreprésentation des femmes en style sécure. Le panneau de droite montre les effectifs espérés sous H_0 : si le genre n'avait aucun lien avec le style d'attachement, les deux groupes afficheraient des profils identiques. L'écart entre les deux panneaux est visuellement faible — une première indication que le test pourrait ne pas être significatif.



2.1. Question de recherche

La distribution du style d'attachement diffère-t-elle suffisamment entre hommes et femmes pour conclure à un lien entre ces deux variables, ou l'écart observé est-il compatible avec le hasard d'échantillonnage ?

2.2. Exercices

Q1 - Identifier le type de test

De combien de variables catégorielles dispose-t-on ici ? Quel type de test du χ^2 faut-il utiliser ?

Q2 - Formuler H1 et H0

Formuler l'hypothèse de recherche H1 et l'hypothèse nulle H0 dans le contexte de cette étude.

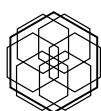
Q3 - Vérifier les conditions d'application

Quelles sont les deux conditions à vérifier avant d'utiliser le test du χ^2 ? Sont-elles respectées ici ?

Q4 - Calculer les fréquences attendues

À partir du tableau fourni, calculer d'abord les totaux marginaux (totaux lignes, totaux colonnes, total général), puis calculer les fréquences attendues pour chacune des quatre cellules.

$$E_{ij} = \frac{L_i \times C_j}{N}$$



Q5 - Calculer χ_{obs}^2

À partir des fréquences observées et attendues, calculer la statistique de test χ_{obs}^2 .

$$\chi^2 = \sum \frac{(O - E)^2}{E}$$

Q6 - Calculer les degrés de liberté

Calculer les degrés de liberté associés à ce test.

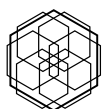
$$ddl = (L - 1)(C - 1)$$

Q7 - Lire χ_{crit}^2 dans la table

À partir des degrés de liberté calculés et d'un seuil $\alpha = .05$, lire la valeur critique χ_{crit}^2 dans la table du χ^2 .

Q8 - Première méthode de conclusion

Comparer χ_{obs}^2 à χ_{crit}^2 . Que décide-t-on au sujet de H_0 ?



Q9 - Deuxième méthode de conclusion

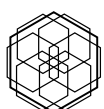
La p-valeur associée à ce test est $p = 0.258$. Comparer cette valeur au seuil $\alpha = .05$. La décision est-elle la même qu'à la question 8 ?

Q10 - Formuler la conclusion

Rédiger une phrase complète qui répond à la question de recherche dans le contexte de cette étude.

2.3. Réponse formulée clairement

2.4. Vérification



3. Exercice 4 — Moment de pratique de la méditation

La pleine conscience est aujourd'hui largement étudiée en psychologie du bien-être. Parmi les questions pratiques que se posent les chercheurs figure celle du rythme circadien de la pratique : les méditants choisissent-ils leur moment de façon aléatoire, ou existe-t-il une préférence marquée pour certaines périodes de la journée ? Un chercheur interroge 90 pratiquants réguliers et leur demande à quel moment ils méditent principalement : le matin, l'après-midi, ou le soir.

Le tableau ci-dessous présente la distribution des réponses observées.

Table 3: Fréquences observées — moment de pratique de la méditation

	Matin	Après-midi	Soir
Effectif	55	15	20

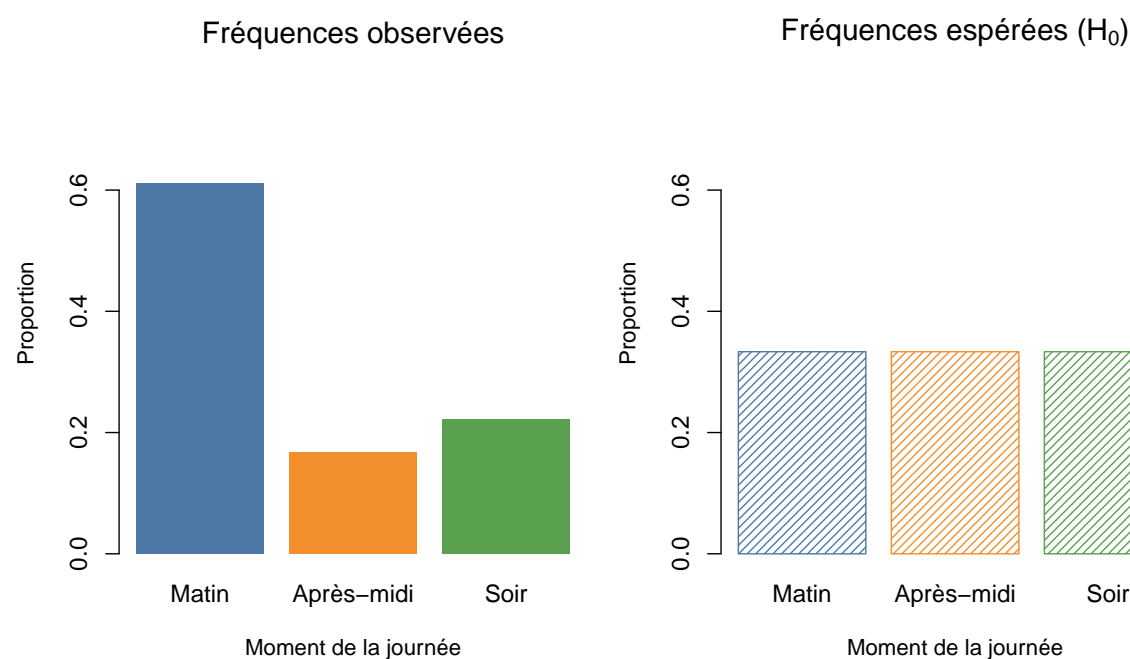
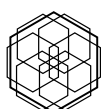


Figure 3: Fréquences observées (gauche) et espérées sous H_0 (droite) — moment de pratique de la méditation. Sous H_0 , les trois périodes sont équiprobables.

Le panneau de gauche montre une répartition très asymétrique : le matin concentre la majorité des réponses, loin devant l'après-midi et le soir. Le panneau de droite représente la distribution attendue sous H_0 — si aucun moment n'était préféré, les trois barres seraient strictement égales à un tiers des observations. L'écart entre les deux panneaux est visuellement saisissant et préfigure un test très significatif.



3.1. Question de recherche

Les pratiquants de méditation se répartissent-ils uniformément entre les trois moments de la journée, ou une période est-elle significativement plus choisie que les autres ?

3.2. Exercices

Q1 - Identifier le type de test

De combien de variables catégorielles dispose-t-on ici ? Quel type de test du χ^2 faut-il utiliser ?

Q2 - Formuler H1 et H0

Formuler l'hypothèse de recherche H1 et l'hypothèse nulle H0 dans le contexte de cette étude.

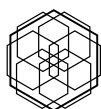
Q3 - Vérifier les conditions d'application

Quelles sont les deux conditions à vérifier avant d'utiliser le test du χ^2 ? Sont-elles respectées ici ?

Q4 - Calculer les fréquences attendues

À partir du tableau fourni, calculer les fréquences attendues pour chacune des trois catégories. Rappel : pour un test d'ajustement avec hypothèse d'équifréquence :

$$E_i = \frac{n}{k}$$



Q5 - Calculer χ_{obs}^2

À partir des fréquences observées et attendues, calculer la statistique de test χ_{obs}^2 .

$$\chi^2 = \sum \frac{(O - E)^2}{E}$$

Q6 - Calculer les degrés de liberté

Calculer les degrés de liberté associés à ce test. Rappel : pour un test d'ajustement :

$$ddl = k - 1$$

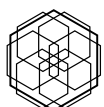
Q7 - Lire χ_{crit}^2 dans la table

À partir des degrés de liberté calculés et d'un seuil $\alpha = .05$, lire la valeur critique χ_{crit}^2 dans la table du χ^2 .

Q8 - Première méthode de conclusion

Comparer χ_{obs}^2 à χ_{crit}^2 . Que décide-t-on au sujet de H_0 ?

Q9 - Deuxième méthode de conclusion



3.3 Réponse formulée clairement – MOMENT DE PRATIQUE DE LA MÉDITATION

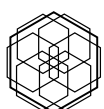
La p-valeur associée à ce test est $p = 0.00000013$. Comparer cette valeur au seuil $\alpha = .05$. La décision est-elle la même qu'à la question 8 ?

Q10 - Formuler la conclusion

Rédiger une phrase complète qui répond à la question de recherche dans le contexte de cette étude.

3.3. Réponse formulée clairement

3.4. Vérification



4. Exercice 5 — Type de soutien social préféré

Le soutien social est un construit central en psychologie de la santé et en psychologie clinique. La recherche distingue plusieurs formes fonctionnelles : le soutien émotionnel (être écouté, réconforté), le soutien informatif (recevoir des conseils, des informations), le soutien instrumental (obtenir une aide concrète) et le soutien d'estime (être valorisé, encouragé). Ces quatre formes n'ont pas nécessairement les mêmes effets, et leurs bénéfices varient selon le contexte et la personnalité. Une question pratique se pose : lorsqu'un étudiant fait face à une difficulté, se tourne-t-il spontanément vers un type de soutien en particulier, ou les quatre formes sont-elles mobilisées de façon comparable ?

Un chercheur interroge 100 étudiants universitaires et leur demande vers quel type de soutien ils se tournent en priorité lorsqu'ils rencontrent une difficulté. Le tableau ci-dessous présente la distribution des réponses observées.

Table 4: Fréquences observées — type de soutien social préféré

	Émotionnel	Informatif	Instrumental	D'estime
Effectif	33	27	21	19

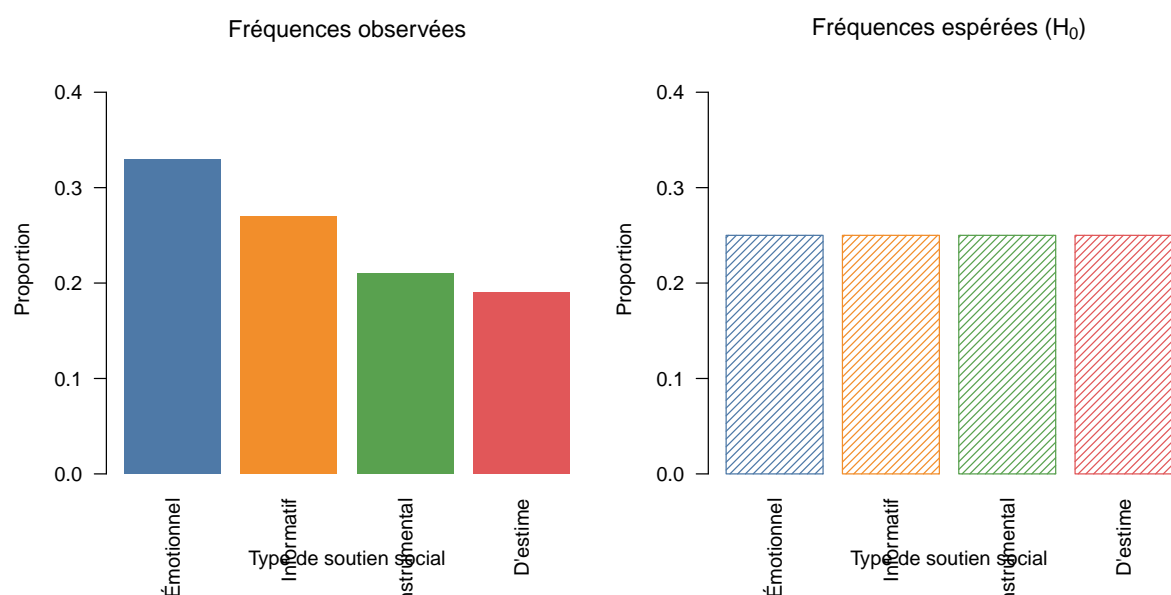
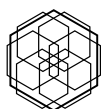


Figure 4: Proportions observées (gauche) et espérées sous H_0 (droite) — type de soutien social préféré. Sous H_0 , les quatre types sont choisis avec la même probabilité.

Le panneau de gauche montre que les quatre types de soutien sont représentés en proportions proches, sans qu'aucun ne domine de façon tranchée. Le soutien émotionnel recueille légèrement plus de réponses, le soutien d'estime légèrement moins — mais l'écart reste modéré. Le panneau de droite rappelle la distribution attendue sous H_0 : si aucun type n'était préféré, les quatre barres seraient strictement égales à un quart des observations. La ressemblance entre les deux panneaux préfigure un test non significatif.



4.1. Question de recherche

Les étudiants universitaires se tournent-ils vers les quatre types de soutien social en proportions égales, ou l'un d'eux est-il significativement plus souvent sollicité ?

4.2. Exercices

Q1 - Identifier le type de test

De combien de variables catégorielles dispose-t-on ici ? Quel type de test du χ^2 faut-il utiliser ?

Q2 - Formuler H1 et H0

Formuler l'hypothèse de recherche H1 et l'hypothèse nulle H0 dans le contexte de cette étude.

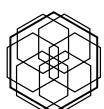
Q3 - Vérifier les conditions d'application

Quelles sont les deux conditions à vérifier avant d'utiliser le test du χ^2 ? Sont-elles respectées ici ?

Q4 - Calculer les fréquences attendues

À partir du tableau fourni, calculer les fréquences attendues pour chacune des quatre catégories. Rappel : pour un test d'ajustement avec hypothèse d'équifréquence :

$$E_i = \frac{n}{k}$$



Q5 - Calculer χ_{obs}^2

À partir des fréquences observées et attendues, calculer la statistique de test χ_{obs}^2 .

$$\chi^2 = \sum \frac{(O - E)^2}{E}$$

Q6 - Calculer les degrés de liberté

Calculer les degrés de liberté associés à ce test. Rappel : pour un test d'ajustement :

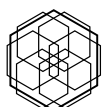
$$ddl = k - 1$$

Q7 - Lire χ_{crit}^2 dans la table

À partir des degrés de liberté calculés et d'un seuil $\alpha = .05$, lire la valeur critique χ_{crit}^2 dans la table du χ^2 .

Q8 - Première méthode de conclusion

Comparer χ_{obs}^2 à χ_{crit}^2 . Que décide-t-on au sujet de H_0 ?

Q9 - Deuxième méthode de conclusion

4.3 Réponse formulée clairement

EXERCICE 5

— TYPE DE SOUTIEN SOCIAL PRÉFÉRÉ

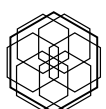
La p-valeur associée à ce test est $p = 0.187$. Comparer cette valeur au seuil $= .05$. La décision est-elle la même qu'à la question 8 ?

Q10 - Formuler la conclusion

Rédiger une phrase complète qui répond à la question de recherche dans le contexte de cette étude.

4.3. Réponse formulée clairement

4.4. Vérification



5. Exercice 6 — Estime de soi chez les étudiants en psychologie

L'estime de soi est l'une des constructions les plus étudiées en psychologie de la personnalité. L'échelle de Rosenberg (0–30) en est la mesure de référence, validée dans de nombreuses cultures et populations. Les données normatives établies sur la population générale placent la distribution des scores à $\mu_0 = 20$ avec un écart-type de $\sigma_0 = 5$. Une question pertinente se pose lorsqu'on s'intéresse à des groupes spécifiques : la distribution des scores dans cette sous-population suit-elle la même loi normale que la population générale, ou s'en écarte-t-elle de façon systématique ?

Un chercheur administre l'échelle de Rosenberg à 140 étudiants inscrits en Bachelor de psychologie. Pour faciliter l'analyse, les scores continus sont regroupés en 7 intervalles de largeur égale. Le tableau ci-dessous présente la distribution des fréquences observées.

Table 5: Fréquences observées — scores Rosenberg par intervalle

	≤ 12	13-15	16-18	19-21	22-24	25-27	≥ 28
Effectif	3	8	18	30	42	28	11

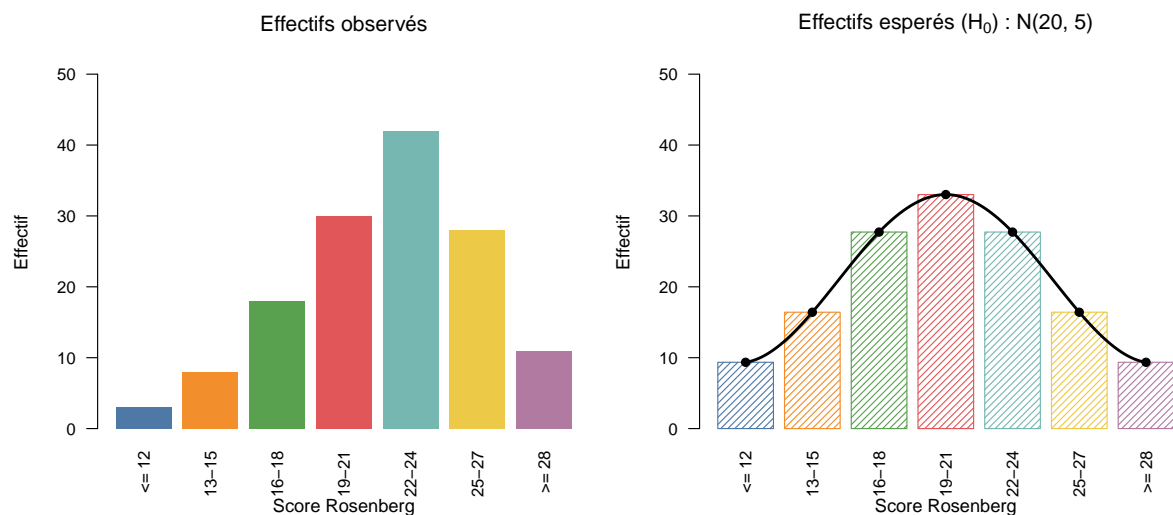
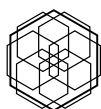


Figure 5: Effectifs observés (gauche) et effectifs espérés sous H_0 (droite) — scores d'estime de soi. La courbe relie les sommets des barres espérées et matérialise la forme de la loi normale $N(20, 5)$.

Le panneau de gauche révèle une distribution asymétrique : les effectifs croissent jusqu'à l'intervalle 22–24, qui concentre à lui seul 42 observations, puis redescendent. Le centre de gravité de la distribution observée est manifestement décalé vers les scores élevés par rapport au centre de la distribution normale de référence. Le panneau de droite matérialise ce que H_0 prédit : une cloche symétrique centrée sur l'intervalle 19–21, avec



des effectifs décroissant régulièrement de part et d'autre. L'écart entre les deux panneaux est immédiatement perceptible.

5.1. Question de recherche

La distribution des scores d'estime de soi des étudiants en psychologie suit-elle la loi normale $N(20, 5^2)$ établie pour la population générale ?

5.2. Exercices

Q1 - Identifier le type de test

De combien de variables catégorielles dispose-t-on ici ? Quel type de test du χ^2 faut-il utiliser ?

Q2 - Formuler H1 et H0

Formuler l'hypothèse de recherche H1 et l'hypothèse nulle H0 dans le contexte de cette étude.

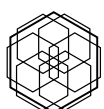
Q3 - Vérifier les conditions d'application

Quelles sont les deux conditions à vérifier avant d'utiliser le test du χ^2 ? Sont-elles respectées ici ?

Q4 - Calculer les fréquences attendues

Les fréquences attendues ne sont plus calculées par la formule d'équifréquence $E = n/k$. La distribution de référence étant une loi normale, il faut utiliser la formule générale :

$$E_i = N \times P_i \quad \text{où} \quad P_i = \Phi\left(\frac{b_i - \mu_0}{\sigma_0}\right) - \Phi\left(\frac{a_i - \mu_0}{\sigma_0}\right)$$



Φ désigne la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite, a_i et b_i sont les bornes inférieure et supérieure de l'intervalle i .

Q5 - Calculer χ_{obs}^2

À partir des fréquences observées et attendues, calculer la statistique de test χ_{obs}^2 .

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

Q6 - Calculer les degrés de liberté

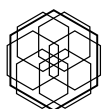
Calculer les degrés de liberté associés à ce test.

Q7 - Lire χ_{crit}^2 dans la table

À partir des degrés de liberté calculés et d'un seuil $\alpha = .05$, lire la valeur critique χ_{crit}^2 dans la table du χ^2 .

Q8 - Première méthode de conclusion

Comparer χ_{obs}^2 à χ_{crit}^2 . Que décide-t-on au sujet de H_0 ?



Q9 - Deuxième méthode de conclusion

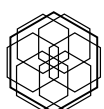
La p-valeur associée à ce test est $p < .001$. Comparer cette valeur au seuil $= .05$. La décision est-elle la même qu'à la question 8 ?

Q10 - Formuler la conclusion

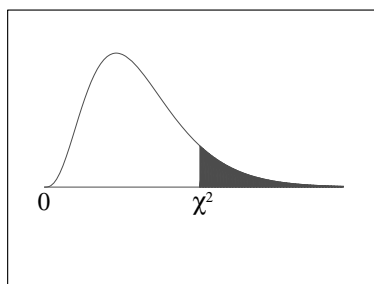
Rédiger une phrase complète qui répond à la question de recherche dans le contexte de cette étude.

5.3. Réponse formulée clairement

5.4. Vérification



Chi-Square Distribution Table



The shaded area is equal to α for $\chi^2 = \chi^2_{\alpha}$.

df	$\chi^2_{.995}$	$\chi^2_{.990}$	$\chi^2_{.975}$	$\chi^2_{.950}$	$\chi^2_{.900}$	$\chi^2_{.100}$	$\chi^2_{.050}$	$\chi^2_{.025}$	$\chi^2_{.010}$	$\chi^2_{.005}$
1	0.000	0.000	0.001	0.004	0.016	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879
2	0.010	0.020	0.051	0.103	0.211	4.605	5.991	7.378	9.210	10.597
3	0.072	0.115	0.216	0.352	0.584	6.251	7.815	9.348	11.345	12.838
4	0.207	0.297	0.484	0.711	1.064	7.779	9.488	11.143	13.277	14.860
5	0.412	0.554	0.831	1.145	1.610	9.236	11.070	12.833	15.086	16.750
6	0.676	0.872	1.237	1.635	2.204	10.645	12.592	14.449	16.812	18.548
7	0.989	1.239	1.690	2.167	2.833	12.017	14.067	16.013	18.475	20.278
8	1.344	1.646	2.180	2.733	3.490	13.362	15.507	17.535	20.090	21.955
9	1.735	2.088	2.700	3.325	4.168	14.684	16.919	19.023	21.666	23.589
10	2.156	2.558	3.247	3.940	4.865	15.987	18.307	20.483	23.209	25.188
11	2.603	3.053	3.816	4.575	5.578	17.275	19.675	21.920	24.725	26.757
12	3.074	3.571	4.404	5.226	6.304	18.549	21.026	23.337	26.217	28.300
13	3.565	4.107	5.009	5.892	7.042	19.812	22.362	24.736	27.688	29.819
14	4.075	4.660	5.629	6.571	7.790	21.064	23.685	26.119	29.141	31.319
15	4.601	5.229	6.262	7.261	8.547	22.307	24.996	27.488	30.578	32.801
16	5.142	5.812	6.908	7.962	9.312	23.542	26.296	28.845	32.000	34.267
17	5.697	6.408	7.564	8.672	10.085	24.769	27.587	30.191	33.409	35.718
18	6.265	7.015	8.231	9.390	10.865	25.989	28.869	31.526	34.805	37.156
19	6.844	7.633	8.907	10.117	11.651	27.204	30.144	32.852	36.191	38.582
20	7.434	8.260	9.591	10.851	12.443	28.412	31.410	34.170	37.566	39.997
21	8.034	8.897	10.283	11.591	13.240	29.615	32.671	35.479	38.932	41.401
22	8.643	9.542	10.982	12.338	14.041	30.813	33.924	36.781	40.289	42.796
23	9.260	10.196	11.689	13.091	14.848	32.007	35.172	38.076	41.638	44.181
24	9.886	10.856	12.401	13.848	15.659	33.196	36.415	39.364	42.980	45.559
25	10.520	11.524	13.120	14.611	16.473	34.382	37.652	40.646	44.314	46.928
26	11.160	12.198	13.844	15.379	17.292	35.563	38.885	41.923	45.642	48.290
27	11.808	12.879	14.573	16.151	18.114	36.741	40.113	43.195	46.963	49.645
28	12.461	13.565	15.308	16.928	18.939	37.916	41.337	44.461	48.278	50.993
29	13.121	14.256	16.047	17.708	19.768	39.087	42.557	45.722	49.588	52.336
30	13.787	14.953	16.791	18.493	20.599	40.256	43.773	46.979	50.892	53.672
40	20.707	22.164	24.433	26.509	29.051	51.805	55.758	59.342	63.691	66.766
50	27.991	29.707	32.357	34.764	37.689	63.167	67.505	71.420	76.154	79.490
60	35.534	37.485	40.482	43.188	46.459	74.397	79.082	83.298	88.379	91.952
70	43.275	45.442	48.758	51.739	55.329	85.527	90.531	95.023	100.425	104.215
80	51.172	53.540	57.153	60.391	64.278	96.578	101.879	106.629	112.329	116.321
90	59.196	61.754	65.647	69.126	73.291	107.565	113.145	118.136	124.116	128.299
100	67.328	70.065	74.222	77.929	82.358	118.498	124.342	129.561	135.807	140.169

