

PrivateTeacher

Maîtriser les Sciences Exactes

STATISTIQUES

Test t de Student

Série d'exercices

Julien RUPPEN

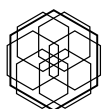
08 May, 2026

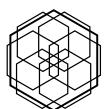
Abstract

Série d'exercices sur le test t de Student. Chaque exercice présente un contexte empirique en psychologie, pose une question de recherche, et guide l'étudiant à travers la procédure complète : choix de la mesure, calcul de la statistique, décision statistique et interprétation.

Contents

1	Un échantillon — comparaison à une norme	4
2	Un échantillon — unilatéral droit, non significatif	8
3	Un échantillon — unilatéral gauche, seuil décisif	12



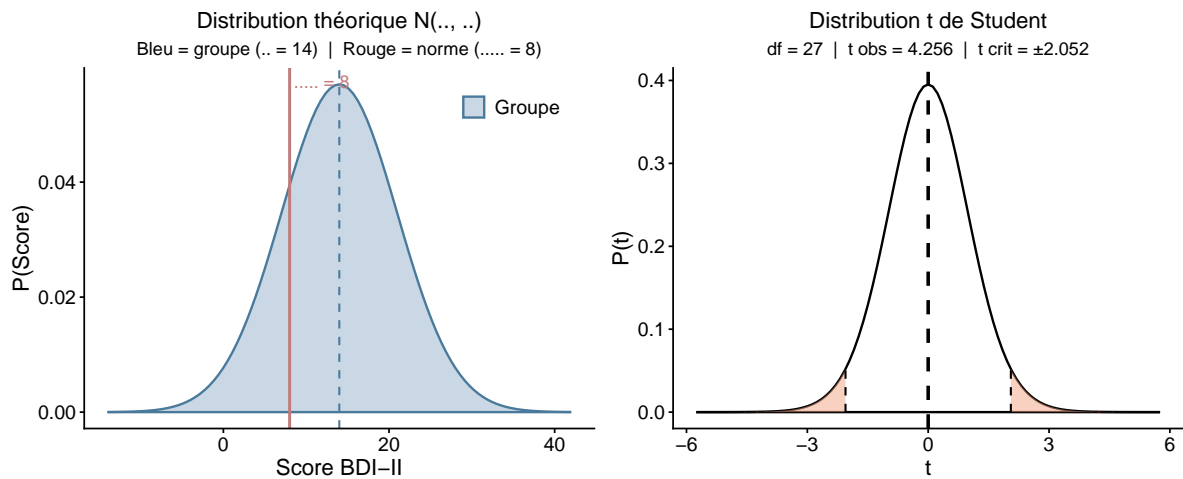


1. Un échantillon — comparaison à une norme

Un clinicien recrute 28 adultes en rémission partielle d'un épisode dépressif majeur, suivis en consultation externe depuis au moins trois mois sans modification du traitement. Chaque participant complète le BDI-II (Beck Depression Inventory, version II), un questionnaire de 21 items cotés de 0 à 3 (score total 0–63 ; score élevé = symptômes plus sévères). Dans la population adulte générale, le score moyen est établi à $\mu_0 = 8$. La question est de savoir si la rémission partielle laisse des symptômes résiduels qui s'écartent de cette norme — dans un sens ou dans l'autre.

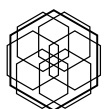
Les données descriptives sont les suivantes :

Groupe	n	\bar{x}	s	μ_0
Rémission partielle	28	14.83	8.49	8



Question de recherche

Le score BDI-II moyen de ce groupe, 14.83 points, diffère-t-il significativement de la norme populationnelle de 8 ?



Q1 — Formuler les hypothèses

Énoncez H_0 et H_1 dans le contexte de cette étude. Justifiez le choix d'un test bilatéral.

Q2 — Identifier le seuil α et les degrés de liberté

On fixe $\alpha = 0.05$. Pour un test à un échantillon, les degrés de liberté valent $ddl = n - 1$. Calculez les ddl et expliquez ce qu'ils représentent.

Q3 — Lire la valeur critique dans la table ($\alpha = 0.05$)

À partir de $\alpha = 0.05$ (bilatéral) et de $ddl = 27$, lisez t_{crit} dans la table des quantiles de la loi t .

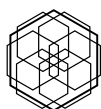
Q4 — Lire la valeur critique dans la table ($\alpha = 0.01$)

Quelle serait la valeur critique t_{crit} si l'on retenait un seuil plus strict de $\alpha = 0.01$?

Q5 — Calculer la statistique t

En utilisant les données du tableau ci-dessus, calculez la statistique de test. Pour un test à un échantillon, la formule est :

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}}$$



Q6 — Situer t_{obs} par rapport à t_{crit}

Reportez t_{obs} sur le graphique de droite. Se situe-t-il dans la zone de rejet ou dans la zone de non-rejet ?

Q7 — Prendre une décision ($\alpha = 0.05$)

Comparez t_{obs} à t_{crit} . Rejetez-vous H_0 au seuil $\alpha = 0.05$? Formulez la décision.

Q8 — La décision change-t-elle à $\alpha = 0.01$?

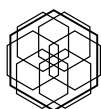
En utilisant la valeur critique calculée en Q4, la décision serait-elle la même si le seuil retenu était $\alpha = 0.01$? Justifiez en comparant t_{obs} à $t_{\text{crit}}(\alpha = 0.01)$.

Q9 — Interpréter la p-valeur

La p-valeur associée à ce test est $p = 2 \times 10^{-4}$. Formulez en une phrase ce que cette valeur signifie. Attention : la p-valeur n'est pas la probabilité que H_0 soit vraie.

Q10 — Identifier le type d'erreur possible

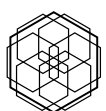
Compte tenu de votre décision en Q7, quelle erreur pourriez-vous commettre — type I ou type II ? Définissez-la dans le contexte de cette étude.



1 UN ÉCHANTILLON — COMPARAISON À UNE NORME

Q11 — Formuler une conclusion en langage courant

Répondez à la question de recherche en une phrase, sans jargon statistique.

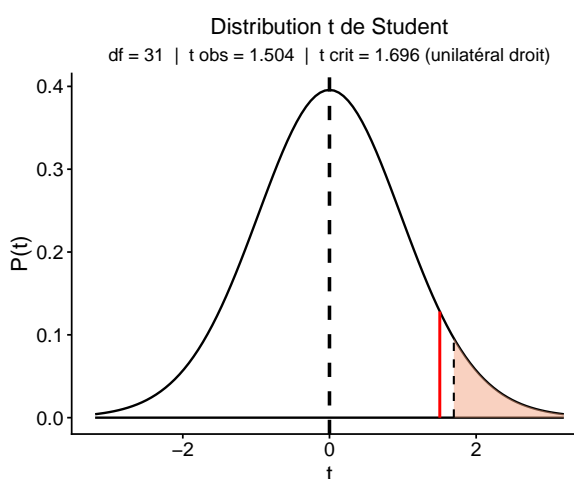
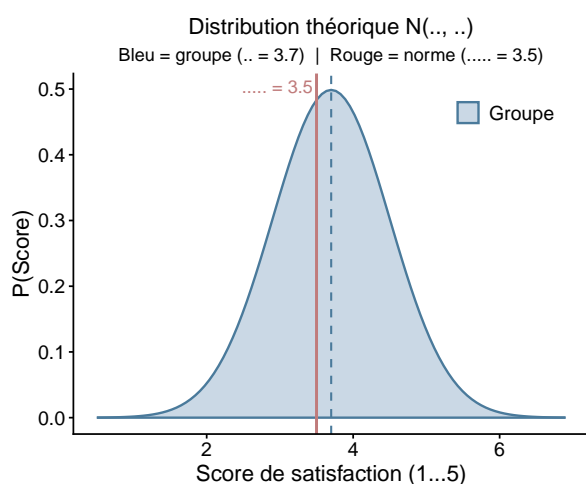


2. Un échantillon — unilatéral droit, non significatif

Un chercheur en psychologie du travail recrute 32 psychologues cliniciens exerçant en cabinet privé ou en institution et leur soumet une question unique : «*Dans quelle mesure êtes-vous satisfait(e) de votre travail ?*», cotée de 1 (*pas du tout satisfait*) à 5 (*tout à fait satisfait*). La moyenne nationale de satisfaction professionnelle tous secteurs confondus est établie à $\mu_0 = 3.5$. Sur la base de la littérature sur le sens du travail et la vocation professionnelle, le chercheur formule une hypothèse directionnelle : les psychologues cliniciens devraient être *plus* satisfaits que la moyenne nationale — une prédiction qui justifie un test unilatéral droit.

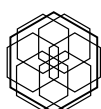
Les données descriptives sont les suivantes :

Groupe	n	\bar{x}	s	μ_0
Psychologues cliniciens	32	3.7	0.76	3.5



Question de recherche

La moyenne observée de 3.7 dépasse bien la norme de 3.5 — mais cet écart de 0.2 point est-il suffisant pour conclure que les psychologues cliniciens sont significativement plus satisfaits que la moyenne nationale ?



Q1 — Formuler les hypothèses

Énoncez H_0 et H_1 dans le contexte de cette étude. Justifiez le choix d'un test unilatéral droit.

Q2 — Identifier le seuil α et les degrés de liberté

On fixe $\alpha = 0.05$. Pour un test à un échantillon, les degrés de liberté valent $ddl = n - 1$. Calculez les ddl et expliquez ce qu'ils représentent.

Q3 — Lire la valeur critique dans la table ($\alpha = 0.05$)

À partir de $\alpha = 0.05$ (unilatéral droit) et de $ddl = 31$, lisez t_{crit} dans la table. Rappel : pour un test unilatéral, on lit la colonne α et non $\alpha/2$.

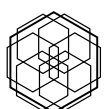
Q4 — Lire la valeur critique dans la table ($\alpha = 0.01$)

Quelle serait la valeur critique pour un seuil $\alpha = 0.01$ (toujours unilatéral droit) ?

Q5 — Calculer la statistique t

En utilisant les données du tableau, calculez la statistique de test. Pour un test à un échantillon :

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}}$$



Q6 — Situer t_{obs} par rapport à t_{crit}

Reportez t_{obs} sur le graphique de droite. Se situe-t-il dans la zone de rejet ou dans la zone de non-rejet ?

Q7 — Prendre une décision ($\alpha = 0.05$)

Comparez t_{obs} à t_{crit} . Rejetez-vous H_0 au seuil $\alpha = 0.05$? Formulez la décision.

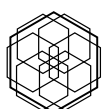
Q8 — La décision change-t-elle à $\alpha = 0.01$?

En utilisant la valeur critique calculée en Q4, la décision serait-elle la même si le seuil retenu était $\alpha = 0.01$?

Q9 — Interpréter la p-valeur

La p-valeur associée à ce test est $p = 0.071$. Formulez en une phrase ce que cette valeur signifie dans le contexte d'un test unilatéral.

Q10 — Identifier le type d'erreur possible

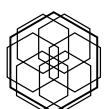


2 UN ÉCHANTILLON — UNILATÉRAL DROIT, NON SIGNIFICATIF

Compte tenu de votre décision en Q7, quelle erreur pourriez-vous commettre — type I ou type II ? Définissez-la dans le contexte de cette étude.

Q11 — Formuler une conclusion en langage courant

Répondez à la question de recherche en une phrase, sans jargon statistique.

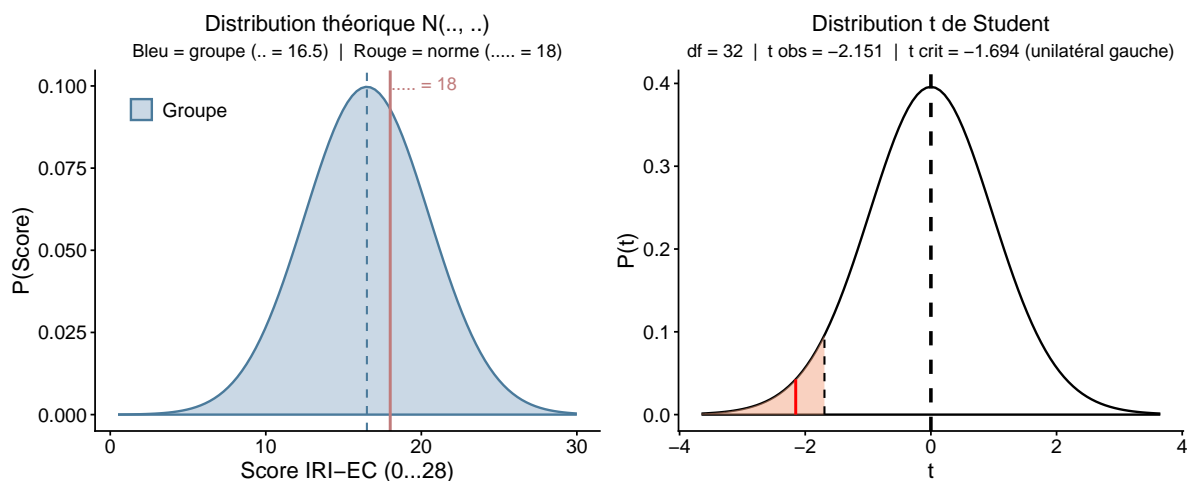


3. Un échantillon — unilatéral gauche, seuil décisif

Un chercheur recrute 33 individus présentant des scores élevés au NPI-16 (*Narcissistic Personality Inventory*, version courte) et leur administre la sous-échelle *Empathic Concern* de l'IRI (*Interpersonal Reactivity Index*). Cette sous-échelle comporte 7 items cotés de 0 à 4 (score total 0–28) et mesure la tendance à ressentir de la compassion et de l'inquiétude pour autrui. La norme populationnelle est établie à $\mu_0 = 18$. Sur la base de la littérature sur le narcissisme et le déficit empathique, le chercheur formule une hypothèse directionnelle : les individus à traits narcissiques élevés devraient présenter une empathie affective *inférieure* à la norme — une prédiction qui justifie un test unilatéral gauche.

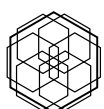
Les données descriptives sont les suivantes :

Groupe	n	\bar{x}	s	μ_0
Traits narcissiques élevés	33	16.86	3.04	18



Question de recherche

La moyenne observée de 16.86 est inférieure à la norme de 18 — mais cet écart de -1.14 point est-il assez marqué pour conclure à un déficit d'empathie affective significatif ?



Q1 — Formuler les hypothèses

Énoncez H_0 et H_1 dans le contexte de cette étude. Justifiez le choix d'un test unilatéral gauche.

Q2 — Identifier le seuil α et les degrés de liberté

On fixe $\alpha = 0.05$. Pour un test à un échantillon, les degrés de liberté valent $ddl = n - 1$. Calculez les ddl et expliquez ce qu'ils représentent.

Q3 — Lire la valeur critique dans la table ($\alpha = 0.05$)

À partir de $\alpha = 0.05$ (unilatéral gauche) et de $ddl = 32$, lisez t_{crit} dans la table. Rappel : pour un test unilatéral gauche, on lit la colonne α et la valeur critique est *négative*.

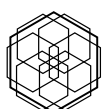
Q4 — Lire la valeur critique dans la table ($\alpha = 0.01$)

Quelle serait la valeur critique pour un seuil $\alpha = 0.01$ (toujours unilatéral gauche) ?

Q5 — Calculer la statistique t

En utilisant les données du tableau, calculez la statistique de test. Pour un test à un échantillon :

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}}$$



Q6 — Situer t_{obs} par rapport à t_{crit}

Reportez t_{obs} sur le graphique de droite. Se situe-t-il dans la zone de rejet ou dans la zone de non-rejet ?

Q7 — Prendre une décision ($\alpha = 0.05$)

Comparez t_{obs} à t_{crit} . Rejetez-vous H_0 au seuil $\alpha = 0.05$? Formulez la décision.

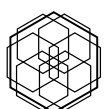
Q8 — La décision change-t-elle à $\alpha = 0.01$?

En utilisant la valeur critique calculée en Q4, la décision serait-elle la même si le seuil retenu était $\alpha = 0.01$?

Q9 — Interpréter la p-valeur

La p-valeur associée à ce test est $p = 0.02$. Formulez en une phrase ce que cette valeur signifie dans le contexte d'un test unilatéral gauche.

Q10 — Identifier le type d'erreur possible

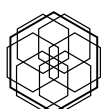


3 UN ÉCHANTILLON — UNILATÉRAL GAUCHE, SEUIL DÉCISIF

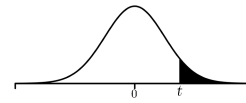
Compte tenu de votre décision en Q7, quelle erreur pourriez-vous commettre — type I ou type II ? Définissez-la dans le contexte de cette étude.

Q11 — Formuler une conclusion en langage courant

Répondez à la question de recherche en une phrase, sans jargon statistique.



Critical Values for Student's t -Distribution.



df	Upper Tail Probability: $\Pr(T > t)$									
	0.2	0.1	0.05	0.04	0.03	0.025	0.02	0.01	0.005	0.0005
1	1.376	3.078	6.314	7.916	10.579	12.706	15.895	31.821	63.657	636.619
2	1.061	1.886	2.920	3.320	3.896	4.303	4.849	6.965	9.925	31.599
3	0.978	1.638	2.353	2.605	2.951	3.182	3.482	4.541	5.841	12.924
4	0.941	1.533	2.132	2.333	2.601	2.776	2.999	3.747	4.604	8.610
5	0.920	1.476	2.015	2.191	2.422	2.571	2.757	3.365	4.032	6.869
6	0.906	1.440	1.943	2.104	2.313	2.447	2.612	3.143	3.707	5.959
7	0.896	1.415	1.895	2.046	2.241	2.365	2.517	2.998	3.499	5.408
8	0.889	1.397	1.860	2.004	2.189	2.306	2.449	2.896	3.355	5.041
9	0.883	1.383	1.833	1.973	2.150	2.262	2.398	2.821	3.250	4.781
10	0.879	1.372	1.812	1.948	2.120	2.228	2.359	2.764	3.169	4.587
11	0.876	1.363	1.796	1.928	2.096	2.201	2.328	2.718	3.106	4.437
12	0.873	1.356	1.782	1.912	2.076	2.179	2.303	2.681	3.055	4.318
13	0.870	1.350	1.771	1.899	2.060	2.160	2.282	2.650	3.012	4.221
14	0.868	1.345	1.761	1.887	2.046	2.145	2.264	2.624	2.977	4.140
15	0.866	1.341	1.753	1.878	2.034	2.131	2.249	2.602	2.947	4.073
16	0.865	1.337	1.746	1.869	2.024	2.120	2.235	2.583	2.921	4.015
17	0.863	1.333	1.740	1.862	2.015	2.110	2.224	2.567	2.898	3.965
18	0.862	1.330	1.734	1.855	2.007	2.101	2.214	2.552	2.878	3.922
19	0.861	1.328	1.729	1.850	2.000	2.093	2.205	2.539	2.861	3.883
20	0.860	1.325	1.725	1.844	1.994	2.086	2.197	2.528	2.845	3.850
21	0.859	1.323	1.721	1.840	1.988	2.080	2.189	2.518	2.831	3.819
22	0.858	1.321	1.717	1.835	1.983	2.074	2.183	2.508	2.819	3.792
23	0.858	1.319	1.714	1.832	1.978	2.069	2.177	2.500	2.807	3.768
24	0.857	1.318	1.711	1.828	1.974	2.064	2.172	2.492	2.797	3.745
25	0.856	1.316	1.708	1.825	1.970	2.060	2.167	2.485	2.787	3.725
26	0.856	1.315	1.706	1.822	1.967	2.056	2.162	2.479	2.779	3.707
27	0.855	1.314	1.703	1.819	1.963	2.052	2.158	2.473	2.771	3.690
28	0.855	1.313	1.701	1.817	1.960	2.048	2.154	2.467	2.763	3.674
29	0.854	1.311	1.699	1.814	1.957	2.045	2.150	2.462	2.756	3.659
30	0.854	1.310	1.697	1.812	1.955	2.042	2.147	2.457	2.750	3.646
31	0.853	1.309	1.696	1.810	1.952	2.040	2.144	2.453	2.744	3.633
32	0.853	1.309	1.694	1.808	1.950	2.037	2.141	2.449	2.738	3.622
33	0.853	1.308	1.692	1.806	1.948	2.035	2.138	2.445	2.733	3.611
34	0.852	1.307	1.691	1.805	1.946	2.032	2.136	2.441	2.728	3.601
35	0.852	1.306	1.690	1.803	1.944	2.030	2.133	2.438	2.724	3.591
36	0.852	1.306	1.688	1.802	1.942	2.028	2.131	2.434	2.719	3.582
37	0.851	1.305	1.687	1.800	1.940	2.026	2.129	2.431	2.715	3.574
38	0.851	1.304	1.686	1.799	1.939	2.024	2.127	2.429	2.712	3.566
39	0.851	1.304	1.685	1.798	1.937	2.023	2.125	2.426	2.708	3.558
40	0.851	1.303	1.684	1.796	1.936	2.021	2.123	2.423	2.704	3.551
41	0.850	1.303	1.683	1.795	1.934	2.020	2.121	2.421	2.701	3.544
42	0.850	1.302	1.682	1.794	1.933	2.018	2.120	2.418	2.698	3.538
43	0.850	1.302	1.681	1.793	1.932	2.017	2.118	2.416	2.695	3.532
44	0.850	1.301	1.680	1.792	1.931	2.015	2.116	2.414	2.692	3.526
45	0.850	1.301	1.679	1.791	1.929	2.014	2.115	2.412	2.690	3.520
46	0.850	1.300	1.679	1.790	1.928	2.013	2.114	2.410	2.687	3.515
47	0.849	1.300	1.678	1.789	1.927	2.012	2.112	2.408	2.685	3.510
48	0.849	1.299	1.677	1.789	1.926	2.011	2.111	2.407	2.682	3.505
49	0.849	1.299	1.677	1.788	1.925	2.010	2.110	2.405	2.680	3.500
50	0.849	1.299	1.676	1.787	1.924	2.009	2.109	2.403	2.678	3.496
60	0.848	1.296	1.671	1.781	1.917	2.000	2.099	2.390	2.660	3.460
70	0.847	1.294	1.667	1.776	1.912	1.994	2.093	2.381	2.648	3.435
80	0.846	1.292	1.664	1.773	1.908	1.990	2.088	2.374	2.639	3.416
90	0.846	1.291	1.662	1.771	1.905	1.987	2.084	2.368	2.632	3.402
100	0.845	1.290	1.660	1.769	1.902	1.984	2.081	2.364	2.626	3.390
120	0.845	1.289	1.658	1.766	1.899	1.980	2.076	2.358	2.617	3.373
140	0.844	1.288	1.656	1.763	1.896	1.977	2.073	2.353	2.611	3.361
180	0.844	1.286	1.653	1.761	1.893	1.973	2.069	2.347	2.603	3.345
200	0.843	1.286	1.653	1.760	1.892	1.972	2.067	2.345	2.601	3.340
500	0.842	1.283	1.648	1.754	1.885	1.965	2.059	2.334	2.586	3.310
1000	0.842	1.282	1.646	1.752	1.883	1.962	2.056	2.330	2.581	3.300
∞	0.842	1.282	1.645	1.751	1.881	1.960	2.054	2.326	2.576	3.291
	60%	80%	90%	92%	94%	95%	96%	98%	99%	99.9%
	Confidence Level									

Note: $t(\infty)_{\alpha/2} = Z_{\alpha/2}$ in our notation.

